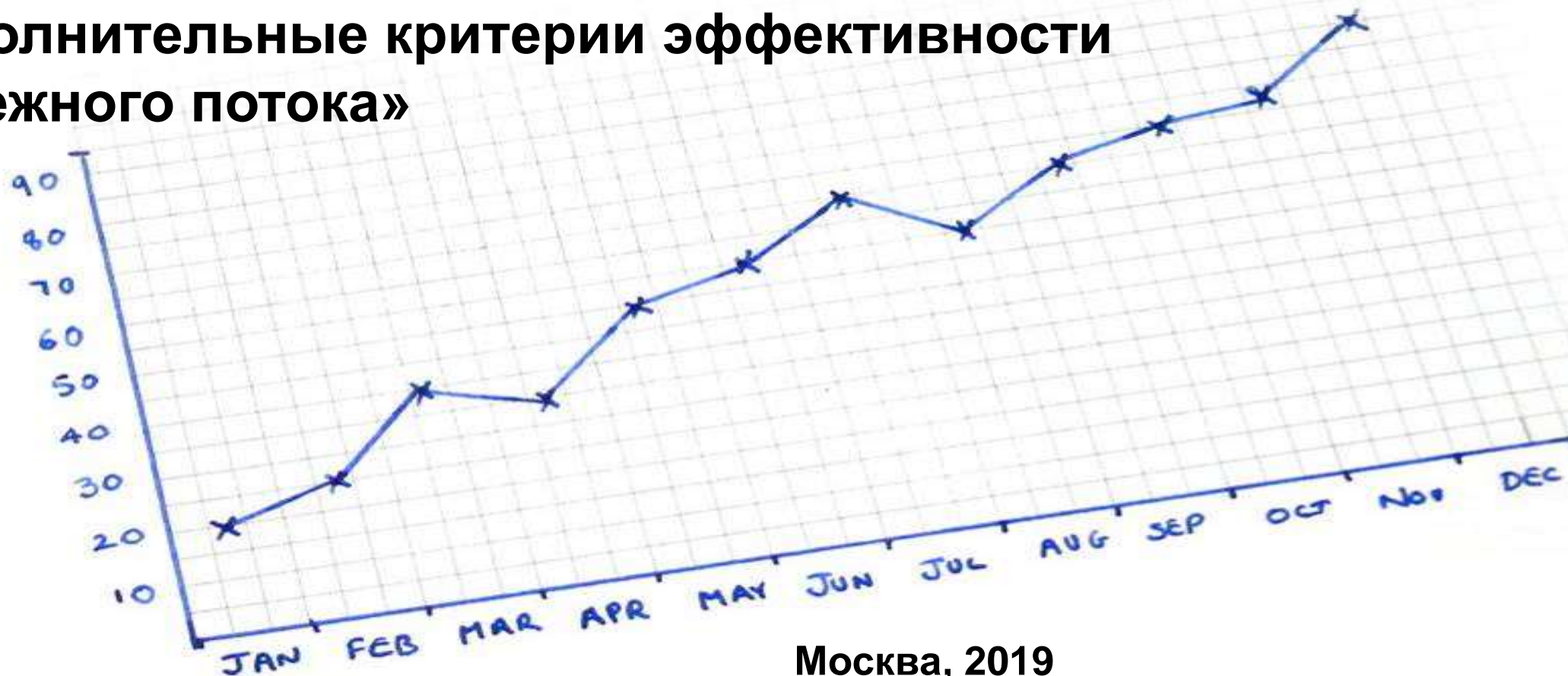


Корпоративные финансы

Лекция 4. «Финансовая математика. Дополнительные критерии эффективности денежного потока»



Москва, 2019

Дополнительные критерии эффективности

Для предварительно оценки инвестиционных решений и анализа деятельности компании, как правило, применяются основные критерии экономической эффективности: **NPV**, **IRR**, **PP**, **DPP**, **ANPV** и **DPI**, но для формирования окончательного выбора стратегии их недостаточно. При глубоком анализе приходится погружаться в более сложные критерии. Они – так или иначе – связаны с концепцией Альтернативных издержек.

- **Duration** (Macaulay Duration), **Дюрация**;
- **MNPV** (Modified Net Present Value), **Модифицированная Текущая/Приведенная стоимость**;
- **MIRR** (Modified Internal Rate of Return), **Модифицированная внутренняя норма доходности**;
- **NFV** (Net Future Value), **Чистая будущая стоимость**;
- **NRR** (Net Rate of Return), **Чистая/Маржинальная норма доходности**;
- **MNRR** (Modified Net Rate of Return), **Модифицированная Чистая норма доходности**;
- **NTV** (Net Terminal Value), **Чистая терминальная стоимость**.

Дюрация - Duration

Дополнительная техника, используемая для принятия инвестиционных решений, вычисление **Дюрации** Маколея (**Macaulay Duration**). Разница между Дюрацией и похожими на нее критериями выглядит следующим образом:

Период окупаемости - Payback.

Не принимает во внимание концепцию стоимости денег во времени, а также денежные потоки за рамками рассматриваемого денежного периода (по окончании проекта). Но, естественно, используется в качестве грубого фильтра для инвестиционных решений.

Период окупаемости - Discounted

Payback. Преодолевает недостатки РВР, но не может решить проблему правильной идентификации инвестиции с высокими денежными потоками в начале проекта и с негативным cash flow после точки окупаемости.

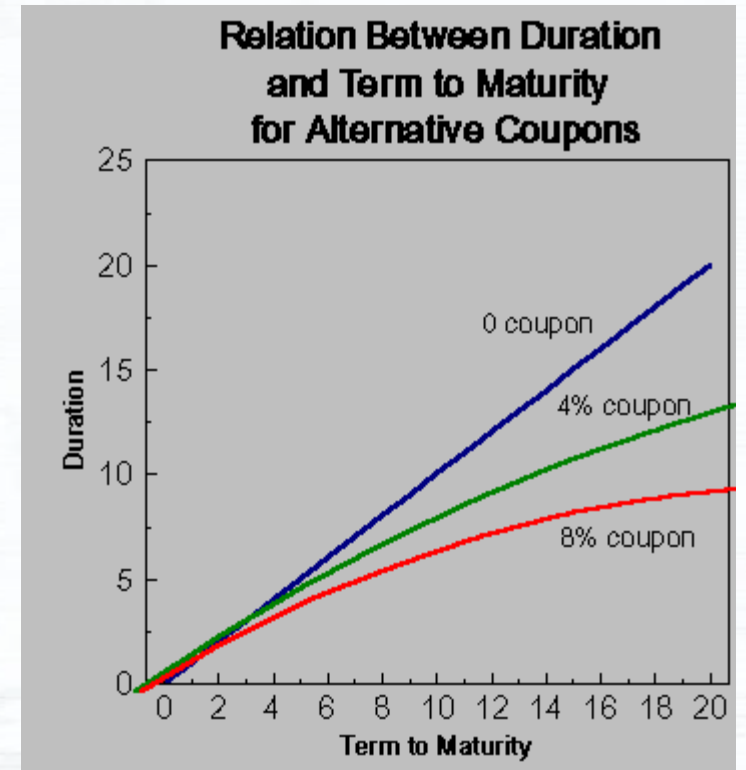
Дюрация - Duration вычисляет среднее время реального полного возврата инвестиции при заданной ставке дисконтирования и сопоставляет влияние ставки дисконтирования на окупаемость проекта. Дюрация учитывает и концепцию стоимости денег во времени и денежные потоки, приходящиеся на период после точки окупаемости.

Дюрация - Duration

Концепция, лежащая в основе вычисления **Дюрации** – достаточно неочевидна для понимания. Она демонстрирует дополнительные характеристики реальной точки окупаемости инвестиции в зависимости от уровня ставки дисконтирования.

Формула для вычисления Дюрации, Duration (**D**), с заданными будущими денежными потоками для каждого периода времени **t** (среди **n** периодов), начиная с года № 1 (**CF_t**), инвестициями для каждого периода (**I_t**) и ставкой дисконтирования (**r**):

$$Duration (D) = \frac{\sum_{t=1}^n \left[t \times \frac{CF_t}{(1+r)^t} \right]}{\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t}}$$



Чем больше денежный поток в будущем, тем больший вес он имеет.

Самый легкий путь для понимания сущности дюрации – проанализировать эту характеристику для облигаций с разной ставкой купона.

Дюрация - Duration

D (Duration), Дюрация	Ставка	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Всего за период
NCF (Net Cash Flow) after tax Чистый денежный поток после налога	12%	-500,00	100,00	200,00	300,00	400,00	500,00	1 500,00
Номер периода			1	2	3	4	5	
DCF, умноженный на Номер периода (Y1 - считается периодом № 1)		-500,00	89,29	318,88	640,60	1 016,83	1 418,57	3 484,16
DCF, начиная с периода Y1	12%		89,29	159,44	213,53	254,21	283,71	1 000,18
								3,48

Дюрация не может быть вычислена, когда денежные потоки, начиная с периода №1, разнонаправлены.

Дюрация обязательно рассчитывается, когда инвестиция **финансируется заемными средствами**. В этом случае дюрация денежного потока, генерируемого инвестицией, должна быть выше отрицательного денежного потока по выплатам долга. Дюрация – мера эластичности доходности денежного потока от инвестиции по отношению к процентной ставке и периоду привлечения долговых обязательств, за счет которых она финансируется.



Frederic Macauley
1882 – 1970.

Дюрация - Duration

D (Duration), Дюрация	Ставка	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Всего за период
NCF (Net Cash Flow) after tax Чистый денежный поток после налога	12%	-500,00	100,00	200,00	300,00	400,00	500,00	1 500,00
D (Duration), Дюрация	12%							3,48
DPP (Discounted Payback Period). Дисконтированный период окупаемости. <i>Доходы поступают равномерно внутри года</i>	12%							3,15
PP (Payback Period). Период окупаемости. <i>Доходы поступают равномерно внутри года</i>								2,67

Арифметически значение **Дюрации** более критично оценивает проект, чем значения Обычного и Дисконтированного периодов окупаемости.

Но практическая ценность этого инструмента состоит в сопоставлении сроков дюрации сроков выплат долга и дюрации денежного потока, генерируемого инвестицией.

Модифицированная Чистая текущая стоимость - Modified Net Present Value

Современная, более продвинутая, чем NPV, техника, используемая для принятия инвестиционных решений – **Модифицированная Чистая приведенная стоимость (Modified NPV (MNPV))**, Modified Net Present Worth (MNPW). MNPV дает возможность оценить инвестицию в сравнении с другими альтернативными направлениями вложения денежных средств.

Формула для вычисления Модифицированной Приведенной текущей стоимости, Modified Net Present Value (**MNPV**), с заданными будущими денежными потоками для каждого периода времени **t** (среди **n** периодов), начиная с года № 1 (CF_t), инвестициями для каждого периода (I_t), ставкой реинвестирования (**d**) и ставкой дисконтирования (**r**):

$$MNPV = \frac{\sum_{t=1}^n CF_t \times (1 + d)^{n-t}}{(1 + r)^n} - \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{(1 + r)^t}$$



Реинвестирование прибыли

Модифицированная Чистая текущая стоимость - Modified Net Present Value

MNPV (Modified Net Present Value), Модифицированная Чистая текущая стоимость	Ставка	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Всего за период
NCF (Net Cash Flow) after tax Чистый денежный поток после налога		-5 000,00	3 845,00	-300,00	6 920,17	8 690,93	10 477,06	24 633,16
Номер периода		0	1	2	3	4	5	
<i>Discount factor (Дисконт-фактор, Фактор дисконтирования)</i>	12%	1,00	0,89	0,80	0,71	0,64	0,57	
<i>Ставка реинвестирования (Compound factor)</i>	10%	1,61	1,46	1,33	1,21	1,10	1,00	
Реинвестированные денежные потоки, в те периоды, когда денежный поток - ПОЗИТИВНЫЙ		0,00	5 629,46	0,00	8 373,40	9 560,03	10 477,06	34 039,95
Initial Investment (Outlay) Discounted - дисконтированные НЕГАТИВНЫЕ денежные потоки среди всех периодов, начиная с Y0 (включительно)		-5 000,00	0,00	-239,16	0,00	0,00	0,00	-5 239,16
Дисконтированная сумма ПОЗИТИВНЫХ денежных потоков		Здесь применяется фактор: $(1 + \text{Ставка дисконтирования})^{\text{Общее количество периодов}}$						19 315,18
MNPV (Modified Net Present Value)								14 076,03

Модифицированная внутренняя норма доходности - Modified Internal Rate of Return

Принятие **Modified NPV (MNPV)** в качестве одного из инструментов для анализа инвестиционных решений, сразу порождает идею **Модифицированной внутренней нормы доходности, Modified Internal Rate of Return (MIRR)**, RIRR (Reinvestment-rate adjusted Internal Rate of Return). Но, сразу возникает желание обойти проблемы, существующие с обычной **IRR** (ее множественность, отсутствие в определенных случаях). Поэтому формула для вычисления **MIRR** – кардинально иная:

Формула для вычисления Модифицированной внутренней ставке доходности, Modified Internal Rate of Return (**MIRR**), с заданными будущими денежными потоками для каждого периода времени **t** (среди **n** периодов), начиная с года № 1 (**CF_t**), инвестициями для каждого периода (**I_t**), ставкой реинвестирования (**d**) и ставкой дисконтирования (**r**):

$$\mathbf{MIRR:} \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{(1+r)^t} = \frac{\sum_{t=1}^n CF_t \times (1+d)^{n-t}}{(1+MIRR)^n} \quad \text{или}$$

MIRR

$$= \sqrt[n]{\frac{FV \text{ (позитивные денежные потоки, ставка реинвестирования)}}{-PV \text{ (негативные денежные потоки, ставка дисконтирования)}} - 1$$

Модифицированная внутренняя норма доходности - Modified Internal Rate of Return

MIRR (Modified Internal Rate of Return), Модифицированная Внутренняя норма доходности	Ставка								Всего за период
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5		
NCF (Net Cash Flow) after tax		-5 000,00	3 845,00	-300,00	6 920,17	8 690,93	10 477,06	24 633,16	
Чистый денежный поток после налога									
Номер периода		0	1	2	3	4	5		
<i>Discount factor (Дисконт-фактор, Фактор дисконтирования)</i>	12%	1,00	0,89	0,80	0,71	0,64	0,57		
<i>Ставка реинвестирования (Compound factor)</i>	10%	1,61	1,46	1,33	1,21	1,10	1,00		
Реинвестированные денежные потоки, в те периоды, когда денежный поток - ПОЗИТИВНЫЙ		0,00	5 629,46	0,00	8 373,40	9 560,03	10 477,06	34 039,95	
Initial Investment (Outlay) Discounted - дисконтированные НЕГАТИВНЫЕ денежные потоки среди всех периодов, начиная с Y0 (включительно)		5 000	0	239	0	0	0	5 239,16	
MIRR (Modified Internal Rate of Return), Модифицированная Внутренняя норма доходности		=(Реинвестированные ПОЗИТИВНЫЕ денежные потоки/Дисконтированные НЕГАТИВНЫЕ денежные потоки)^(1/Количество периодов)-1						45,394%	

Модифицированная внутренняя норма доходности - Modified Internal Rate of Return

MIRR (Modified Internal Rate of Return), Модифицированная Внутренняя норма доходности		Вычисляется с использованием функции "МВСД", English version "MIRR"	45,394%
---	--	---	---------

Поскольку ставка дисконтирования может также выступать и ставкой реинвестирования, например, в мультипликацию того же проекта, часто рассчитывают и «MIRR по ставке дисконтирования».

MIRR Ставка дисконтирования (Модифицированная Внутренняя норма доходности с реинвестицией под Ставку дисконтирования)	12%								46,156%
--	-----	--	--	--	--	--	--	--	---------

Специальный случай: XNPV & XIRR

Excel дает специальный инструмент для вычисления NPV и IRR денежных потоков для неравных по времени периодов. Эти функции именуются **XNPV** и **XIRR**.

XNPV, специальная функция для вычисления NPV для нерегулярных периодов	Ставка							Всего за период
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	
NCF (Net Cash Flow) after tax Чистый денежный поток после налога		-5 000	-3 845	-300	6 920	-8 691	10 477	-438,71
Даты транзакций		19.08.2016	21.09.2016	25.09.2016	30.09.2016	07.10.2016	19.10.2016	
XNPV, специальная функция для вычисления NPV для нерегулярных периодов		Вычисляется с использованием функции "ЧИСТНЗ", English version "XNPV"						-551,09

Формула для вычисления **XNPV** и **XIRR** с заданными будущими денежными потоками для каждого периода d_t (среди n периодов), начиная с периода №1 (CF_t), инвестиции для каждого периода (I_t) и ставки дисконтирования (r):

$$XNPV = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^{\frac{d_t-d_1}{365}}}; \quad XIRR: 0 = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+XIRR)^{\frac{d_t-d_1}{365}}}$$

Специальный случай: XNPV & XIRR

Excel дает специальный инструмент для вычисления NPV и IRR денежных потоков для неравных по времени периодов. Эти функции именовются **XNPV** и **XIRR**.

XIRR , специальная функция для вычисления IRR для нерегулярных периодов	Ставка	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Всего за период
NCF (Net Cash Flow) after tax Чистый денежный поток после налога		-5 000	-3 845	-300	6 920	-8 691	10 477	-438,71
Даты транзакций		19.08.2016	21.09.2016	25.09.2016	30.09.2016	07.10.2016	19.10.2016	
XIRR , специальная функция для вычисления IRR для нерегулярных периодов		Вычисляется с использованием функции "ЧИСТВНДОХ", English version "XIRR"						-34,307%



Чистая будущая стоимость - Net Future Value

Для понимания эффективности инвестиции мы вычисляем **NPV**, как стоимость будущих денежных потоков, приведенную к сегодняшнему дню. Для того чтобы вычислить, сколько денежного потока в абсолютном значении будет соответствовать сегодняшнему NPV в будущем применяется **Чистая будущая стоимость - Net Future Value (NFV)**. Она показывает, сколько денег мы получим в будущем, если сегодня сразу проинвестируем сумму NPV под заданную процентную ставку.

Формула для вычисления Чистой будущей стоимости, Net Future Value (**NFV**), с заданными будущими денежными потоками для каждого периода **t** (среди **n** периодов), начиная с года № 1 (**CF_t**), инвестициями для каждого периода (**I_t**) ставкой дисконтирования (**r**):

$$NFV = \sum_{t=0}^n CF_t \times (1 + r)^t$$

или

$$NFV = NPV \times (1 + r)^n$$

Чистая будущая стоимость - Net Future Value

Net Future Value (NFV) ВЫЧИСЛЕНИЕ:

NFV (Net Future Value), Чистая будущая стоимость	Ставка	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Всего за период
NCF (Net Cash Flow) after tax Чистый денежный поток после налога		-500	100	200	300	400	500	1 000,00
NPV (только для ПОЗИТИВНЫХ денежных потоков)			89,29	159,44	213,53	254,21	283,71	1 000,18
Номер периода			1	2	3	4	5	5
Hurdle rate and Compound factor	12%	1,0000	1,1200	1,2544	1,4049	1,5735	1,7623	
NFV (Net Future Value), Чистая будущая стоимость			157	281	376	448	500	1 762,66

Инвестируем
на 4 года

Инвестируем
на 3 года

Инвестируем
на 2 года

Инвестируем
на 1 год

Инвестируем
на 0 лет

С **негативными** денежными потоками после года **Y1 NFV** не может быть вычислен корректно.

Чистая/маржинальная норма доходности - Net Rate of Return

Чистая норма доходности, **Net Rate of Return (NRR)** – средний уровень доходности, используемый наравне с Дисконтированным индексом доходности, Discounted Profitability Index (DPI)/Benefit to Cost Ratio (BCR). Отражает доходность инвестиции по отношению к дисконтированному отрицательному денежному потоку (в абсолютной величине), создаваемому инвестиционными вложениями.

Формула для вычисления Чистой нормы доходности, Net Rate of Return (**NRR**), с заданными будущими денежными потоками для каждого периода времени **t** (среди **n** периодов), начиная с года № 1 (**CF_t**), инвестициями для каждого периода (**I_t**) и ставкой дисконтирования (**r**):

$$NRR = \frac{NPV}{\left| \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{(1+r)^t} \right| (\text{модуль})} \times 100\%$$

или

$$NRR = (DPI - 1) \times 100\%$$

Чистая/маржинальная норма доходности - Net Rate of Return

NRR (Net Rate of Return), Чистая/маржинальная норма доходности	Ставка	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Всего за период
Cumulative DCF = NPV, Аккумулированный дисконтированный денежный поток	12%	-5 000,00	-1 566,96	-1 806,12	3 119,52	8 642,76	14 587,73	14 587,73
Initial Investment (Outlay) Discounted - дисконтированные НЕГАТИВНЫЕ денежные потоки среди всех периодов, начиная с Y0 (включительно)		-5 000,00	0,00	-239,16	0,00	0,00	0,00	-5 239,16

NRR (Net Rate of Return)

278,44%

DPI (Discounted Profitability Index)

$$NRR = (DPI - 1) \times 100\%$$

3,7844

NRR является производной (не в математическом смысле) от **DPI**, но иногда используется самостоятельно, поскольку может соотнести NPV и размер начальной инвестиции.

Модифицированная Чистая/маржинальная норма доходности – Modified Net Rate of Return

Модифицированная Чистая/маржинальная норма доходности Modified Net Rate of Return (MNRR) является аналогом Net Rate of Return (NRR), который вычисляется с использованием Модифицированной (то есть, реинвестированной) MNPV вместо обычной. MNRR представляет собой дисконтированный денежный поток, который реинвестируется под ставку, отличную от ставки дисконтирования, по отношению к дисконтированному суммарному размеру инвестиции.

Формула для вычисления Модифицированной Чистой нормы доходности, Modified Net Rate of Return (**MNRR**), с заданными будущими денежными потоками для каждого периода времени **t** (среди **n** периодов), начиная с года № 1 (CF_t), инвестициями для каждого периода (I_t) и ставкой дисконтирования (**r**):

$$MNRR = \frac{MNPV}{\sum_{t=0}^n \frac{I_t}{(1+r)^t}} \times 100\%$$

Модифицированная Чистая/маржинальная норма доходности – Modified Net Rate of Return

MNRR (Modified Net Rate of Return) Модифицированная Чистая норма доходности	Ставка								Всего за период
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5		
MNPV (Modified Net Present Value), Модифицированная Чистая текущая СТОИМОСТЬ								14 076,03	
Initial Investment (Outlay) Discounted - дисконтированные НЕГАТИВНЫЕ денежные потоки среди всех периодов, начиная с Y0 (включительно)		-5 000	0	-239	0	0	0	-5 239,16	

MNRR (Modified Net Rate of Return)

268,67%

Чистая терминальная стоимость - Net Terminal Value

Чистая терминальная стоимость - Net Terminal Value (NTV) отражает стоимость инвестиции/проекта/компании за горизонтом прогнозирования, то есть оценку всех будущих денежных потоков с заданным **Темпом роста** (предполагающимся навсегда). Конечно, данный вид оценки не принимает во внимание многочисленных рисков глобальной/страновой/региональной экономики и ее отдельных сегментов, и, соответственно, вряд ли может быть признан однозначным. Но сама логика дает возможность делать сопоставимые оценки.

Формула для вычисления Чистой терминальной стоимости, Net Terminal Value (**NTV**), с заданным будущим денежным потоком для последнего периода прогнозирования – года № **t** (**CF_t**), уровнем роста для последующих лет (**g**) и ставкой дисконтирования (**r**) (Формула Гордона):

$$NTV = \frac{CF_t \times (1 + g)}{(r - g)}$$

Оценка компании/проекта, основанная на Net Terminal Value

Оценка компании, основанная на WACC в качестве ставки дисконтирования								
CF (Cash Flow), прямой недисконтированный денежный поток		-5 000	3 525	-651	6 909	8 967	11 226	24 976,39
WACC (Weighted Average Cost of Capital), Средневзвешенная стоимость капитала		25,00%	17,31%	18,59%	17,62%	16,67%	15,90%	18,52%
Net Terminal Value (NTV), Чистая терминальная стоимость								49 485,70
Ставка дисконтирования	18,52%							
Темп роста компании/проекта	5%							
Номер периода		1	2	3	4	5	6	
Дисконт-фактор (специальная ставка)		0,9186	0,7751	0,6540	0,5518	0,4656	0,3928	
Дисконтированный Cash Flow (специальная ставка)		-4 592,84	2 732,07	-425,73	3 812,32	4 174,94	4 410,21	10 110,97
Стоимость компании								29 551,15

Оценка компании (V), основанная на Чистой терминальной стоимости, Net Terminal Value (NTV), с заданными будущими денежными потоками для каждого периода t (среди n периодов), начиная с года № 1 (CF_t), ставкой дисконтирования (r):

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^{t-0,5}} + \frac{NTV}{(1+r)^{n-0,5}}$$

Множественные ставки дисконтирования и наращенния

<p>DPI с плавающей ставкой дисконтирования</p>		$DPI = \frac{\sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{\prod_{i=1}^t (1 + r_i)}}{\sum_{t=0}^n \frac{I_t}{\prod_{i=1}^t (1 + r_i)}}$
<p>DPP с плавающей ставкой дисконтирования</p>	$DPP = n, \text{ где } \sum_{t=1}^n \frac{I_t}{\prod_{i=1}^t (1 + r_i)} > I_0$	
<p>Duration с плавающей ставкой дисконтирования</p>		$Duration = \frac{\sum_{t=1}^n t \times PV_t}{\sum_{t=1}^n PV_t}, \text{ где } PV_t = \frac{CF_t}{\prod_{i=1}^t (1 + r_i)}$
<p>MIRR по плавающей ставке дисконта (с реинвестированием под плавающую ставку дисконтирования)</p>	$MIRR_{\text{плав ставка дисконта}}: \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{\prod_{i=0}^t (1 + r_i)} = \frac{\sum_{t=1}^n CF_t \times \prod_{i=1}^{n-t} (1 + r_{i+1})}{(1 + MIRR_{\text{плав ставка дисконта}})^n}$	
<p>MIRR по фиксированной ставке дисконта (с реинвестированием под фиксированную ставку дисконтирования)</p>	$MIRR_{\text{фикс ставка дисконта}}: \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{(1 + r)^t} = \frac{\sum_{t=1}^n CF_t \times (1 + r)^{n-t}}{(1 + MIRR_{\text{фикс ставка дисконта}})^n}$	
<p>MNPV с плавающей ставкой дисконтирования</p>		$MNPV = \frac{\sum_{t=1}^n CF_t \times \prod_{i=1}^{n-t} (1 + d_{i+1})}{\prod_{t=1}^n (1 + r_t)} - \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{\prod_{i=0}^t (1 + r_i)}$
<p>NPV с плавающей ставкой дисконтирования</p>	$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{\prod_{i=1}^t (1 + r_i)} - \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{\prod_{i=0}^t (1 + r_i)}$	