

Корпоративные финансы

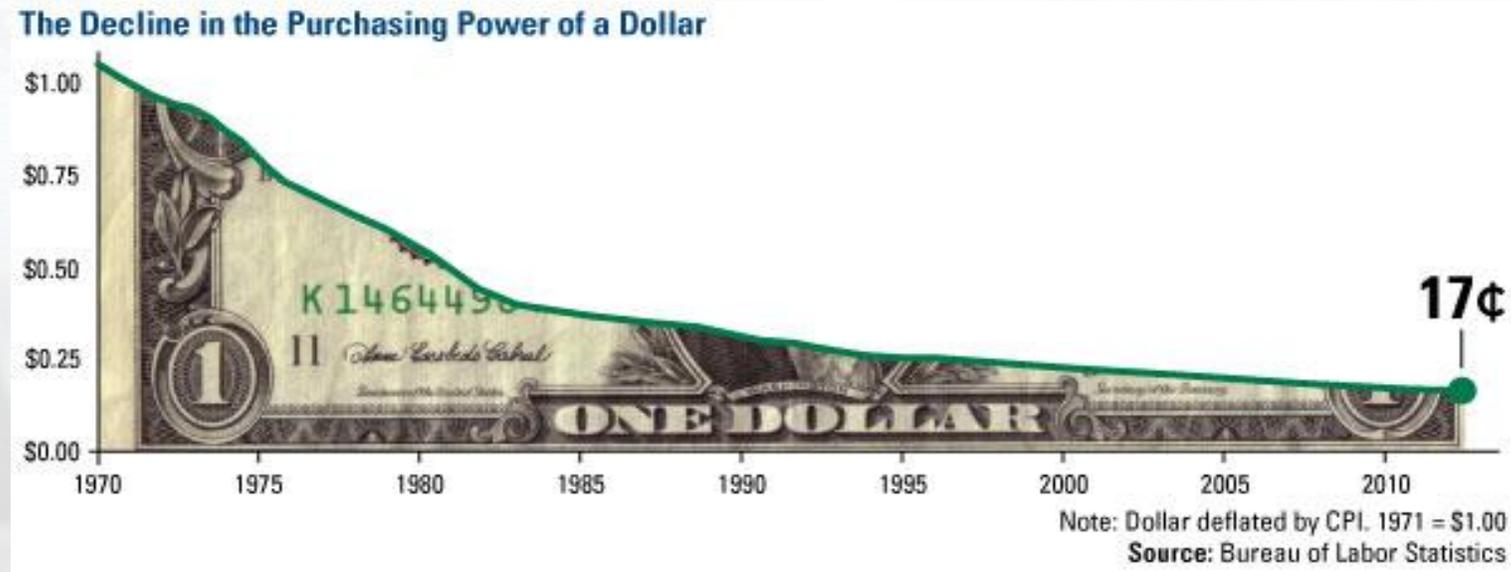
Лекция 1. «Финансовая математика. Экономический подход»



Москва, 2019

На чем основан Экономический анализ?

Один главный тезис лежит в основе экономического анализа, а также всей финансовой математики: “Доллар **СЕГОДНЯ** стоит больше, чем доллар завтра!”



Это принцип - «**СТОИМОСТИ ДЕНЕГ С УЧЕТОМ ФАКТОРА ВРЕМЕНИ**» (“**The Time Value of Money**”). Он служит для объяснения феномена Текущей стоимости (Present Value) и всех прочих моделей оценки стоимости.

На чем основан Экономический анализ?



На чем основан Экономический анализ?

Временная
стоимость денег
ПРИЧИНЫ

Инфляция

*Процесс обесценения денег
во времени*

Альтернативные издержки

*Упущенная выгода в
результате выбора одного
из альтернативных
вариантов инвестирования
денежных средств*

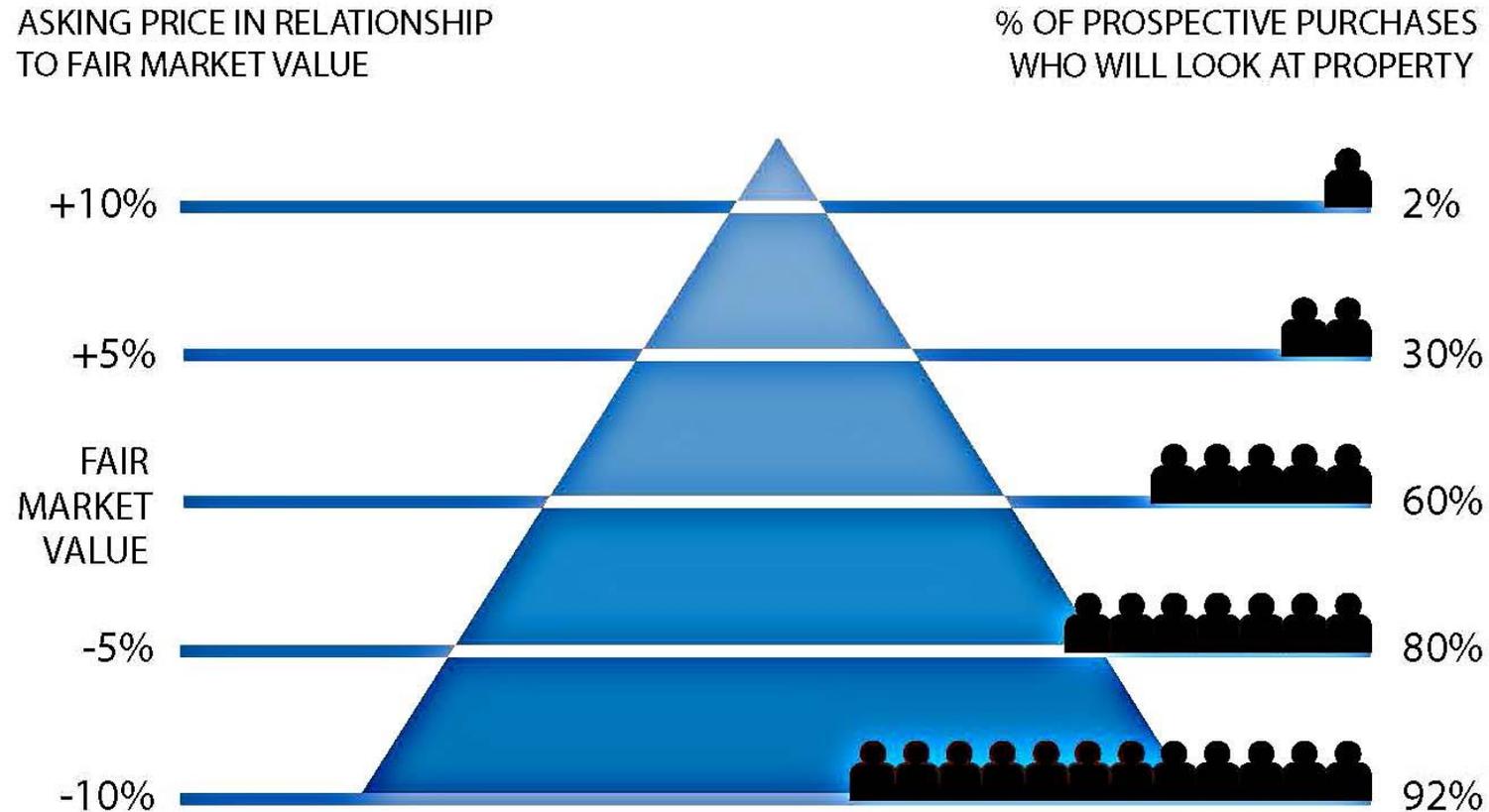
Риск неполучения
дохода

*Риск - вероятность и
возможные последствия
наступления
неблагоприятных событий*

На чем основан Экономический анализ?

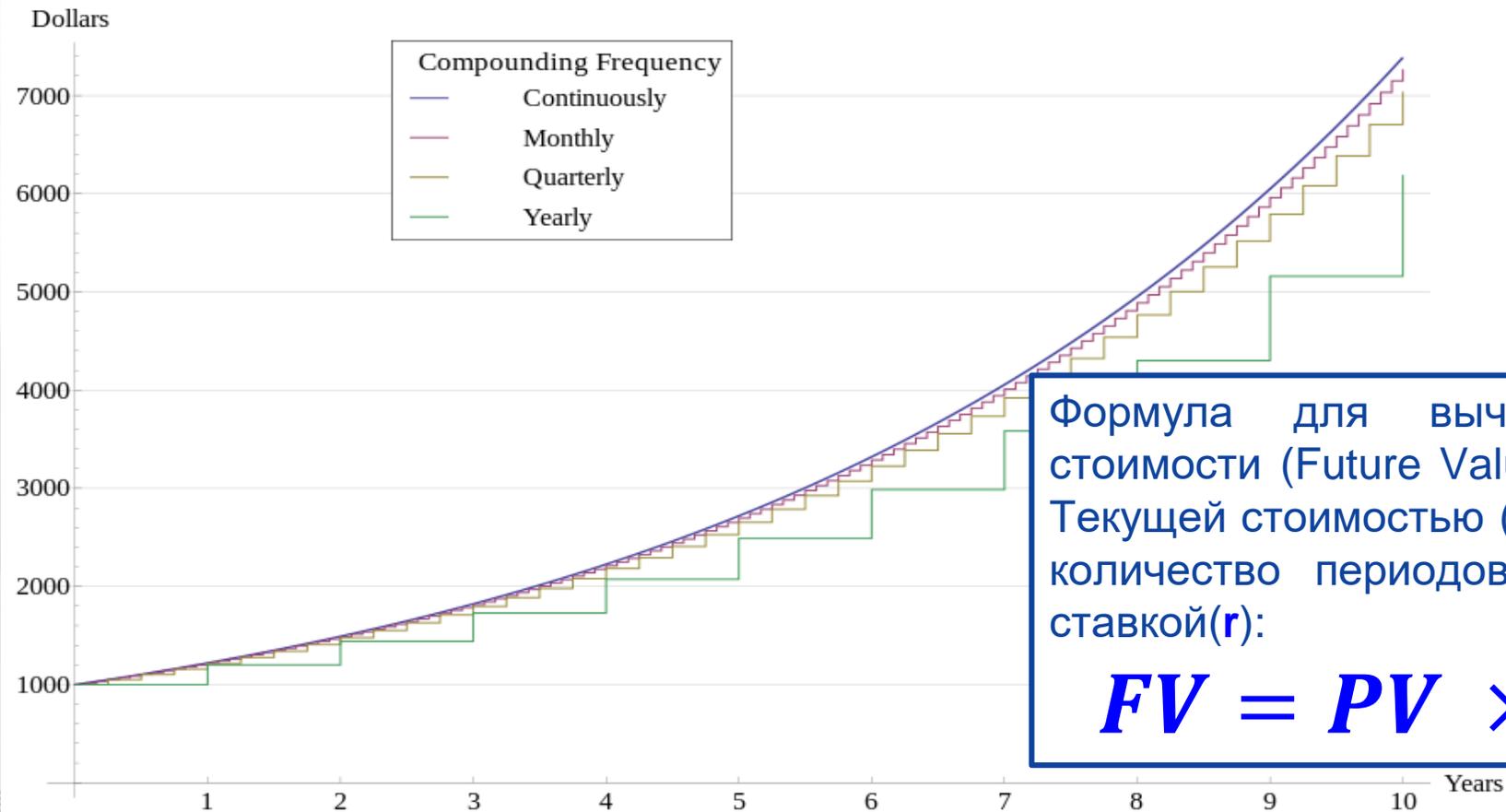
Другой диспаритет, на котором основаны различные финансовые модели – конфликт между понятиями '**Цена**' и '**Стоимость**'.

PERCENT OF BUYERS WHO WILL VIEW PROPERTY



На чем основан Экономический анализ?

Процесс генерации **БУДУЩЕЙ СТОИМОСТИ** путем инвестирования денежных средств называется **ПРИРАЩЕНИЕ (РЕИНВЕСТИРОВАНИЕ) (COMPOUNDING)**.



Формула для вычисления Будущей стоимости (Future Value) (**FV**) с заданной Текущей стоимостью (Present Value) (**PV**), количество периодов (**t**) и процентной ставкой(**r**):

$$FV = PV \times (1 + r)^t$$

Чем чаще акты реинвестирования, тем выше генерация добавочной стоимости.

На чем основан Экономический анализ?

Процесс генерации **БУДУЩЕЙ СТОИМОСТИ** путем инвестирования денежных средств называется **ПРИРАЩЕНИЕ (РЕИНВЕСТИРОВАНИЕ) (COMPOUNDING)**.

Проблема Тимми (из мультфильма)

Как быстро посчитать количество периодов, на которые надо реинвестировать деньги, чтобы \$10'000 превратились в \$110'000 при заданной процентной ставке по вкладу?

Процентная ставка (Ставка реинвестирования), (Compounding Rate)	10%		
Текущая стоимость (Present Value)	10 000		
Будущая стоимость (Future Value)	110 000		
Количество необходимых периодов реинвестирования	?		
Нужное количество периодов	25,16		

Формула для вычисления количества периодов, в которые выполняется реинвестирование, когда Текущая стоимость (PV) превращается в заданную Будущую стоимость (FV) при заданной процентной ставке (r):

$$n = \frac{\ln\left(\frac{FV}{PV}\right)}{\ln(1 + r)}$$

На чем основан Экономический анализ?

Противоположная задача: вычислить Текущую стоимость (Present Value), когда известна Будущая стоимость (Future Value). Данный процесс называется **ДИСКОНТИРОВАНИЕМ** (Discounting).

Проблема Шейлы (из мультфильма)

Как вычислить сумму инвестиции, необходимой для получения \$11'000 через 2 года при заданной процентной ставке?

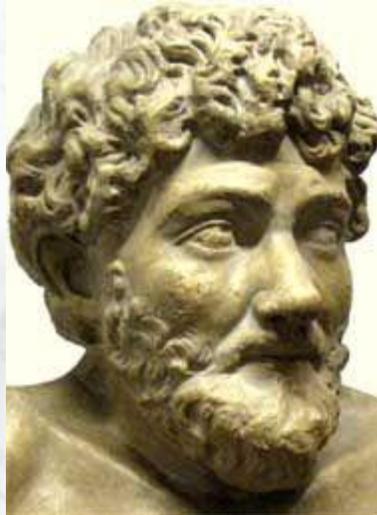
Процентная ставка (Ставка реинвестирования), (Compounding Rate)	10%
Текущая стоимость (Present Value)	?
Будущая стоимость (Future Value)	11 000
Количество необходимых периодов реинвестирования	2
Нужная сумма вклада	9090,91

Формула для вычисления Текущей стоимости (**PV**) при заданной Будущей стоимости (**FV**), количестве периодов (**t**) и процентной ставке (**r**):

$$PV = \frac{FV}{(1 + r)^t}$$

На чем основан Экономический анализ?

Вернемся к базовому принципу финансовой математики – категории **ПРИВЕДЕННОЙ/ТЕКУЩЕЙ СТОИМОСТИ** (**PRESENT VALUE**). Сколько стоят сегодня деньги для двух групп людей: тех, кто готов немедленно потратить их сегодня, и тех, кто будет их сберегать?



Эзоп



Жан Ла-Фонтен



Иван Крылов

На чем основан Экономический анализ?

Стрекоза и Муравей			
Муравей - трудолюбивый парень, который не любит тратить деньги			
Стрекоза - расточительница и транжира, сорящая деньгами			
Муравей складывает каждую заработанную копейку на банковский депозит			
Стрекоза много получает и тратит, поэтому - у нее неограниченный банковский кредит			
Процентные ставки по кредитам и депозитам равны	10%		
Сумма инвестиций в проект	100		
Доходность Проекта через 1 год	15%		
	Y0	Y1	Итого
Действия Муравья	-100	115	15
Прибыль, полученная Муравьем от инвестиции в Проект по сравнению с банковским депозитом (дисконтируем доходы от проекта на депозитную процентную ставку)	4,55		5,00
Резюме: сегодня Муравей получил бы 4,55, в пересчете на будущую стоимость.			
Действия Стрекозы			
Банковский кредит (сразу в сумме 115), полученный Стрекозой под будущие доходы от инвестиции в проект (за вычетом процентов)	104,55	-115,00	
Инвестиция	-100,00	115,00	
Резюме: сегодня Стрекоза сразу получает 4,55, получая кредит под будущие доходы.	4,55		

Основная цель Экономического анализа



ИЛИ



?

Увеличение **Стоимости** компании (**Value**) дает позитивный эффект всем Стейкхолдерам. Увеличение же **Прибыли** компании (**Profits**) может означать различные факты: 1) увеличение этого бухгалтерского показателя по сравнению с прочими отчетными периодами; 2) рост прибыли при отсутствии выплаты дивидендов; 3) применение различных технических методов подсчета и налогообложения доходов. Именно поэтому основной целью бизнеса является не увеличение Прибыли, а увеличение **Стоимости компании**.

Оценка компании \neq Данные бухгалтерской отчетности

Оценка Стоимости основана на анализе **Денежных потоков** (**Cash flows**). Бухгалтерский же отчет основан на установленных стандартах учета Доходов, Расходов и Прибыли.

Некоторые термины Корпоративных финансов

Доход (**Return**) – все денежные притоки в компанию: операционные, финансовые, инвестиционные.

Как такового общепринятого обозначения для категории «Доход» не существует.

$$\text{Доход} = CF_t - I_t$$

CF_t - все денежные притоки за период времени t . I_t – все инвестиционные денежные оттоки за тот же период времени.

Доходность (**Rate of return/Yield**) – отношение всего полученного дохода ко вложенному капиталу.

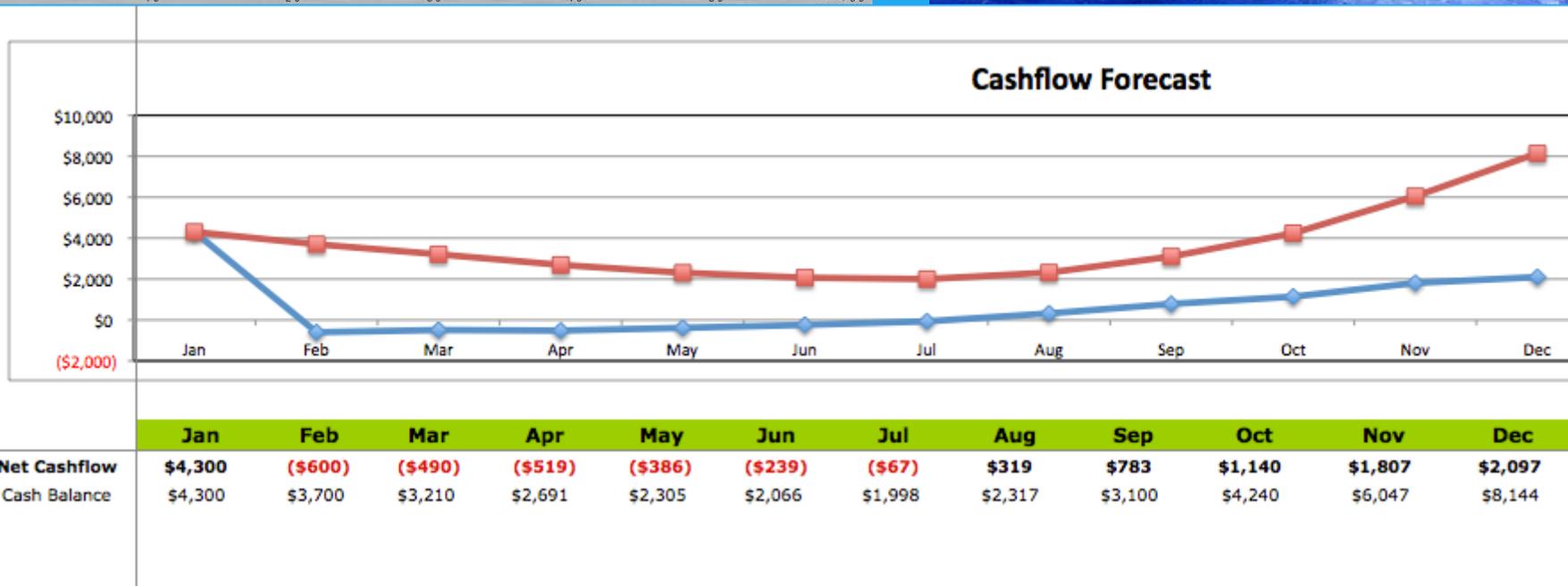
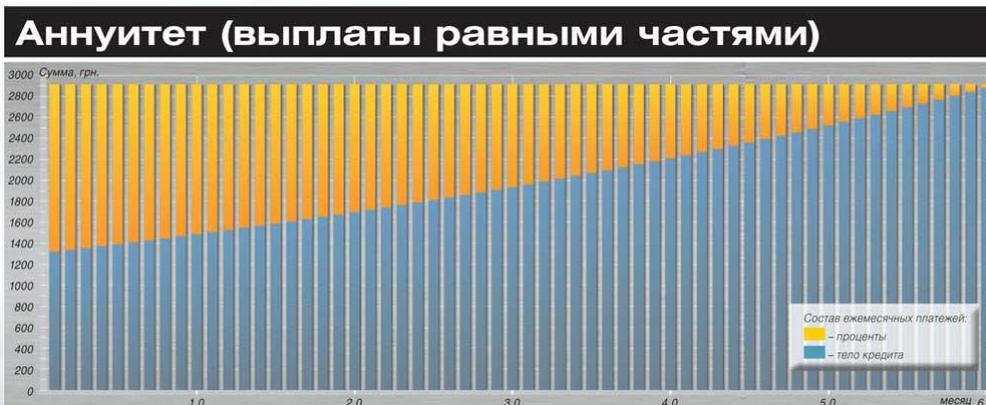
$$\text{Доходность } R = \frac{CF_t - I_t}{I_t}$$

Инвестиция (**Outlay/Investment**) – неповторяющийся (хотя, он может быть и растянутым во времени/многоактным) денежный отток, представляющий собой долгосрочное вложение средств в актив, который будет приносить Доход.

Прибыль (**Earnings/Income/Profit**) – бухгалтерская категория, представляющая собой разность между **Выручкой** и различными **Расходами**, учтенную в соответствии с утвержденными стандартами, и не связанная напрямую с **Доходом**.

$$\text{Прибыль} = \text{Выручка} - \text{Расходы} \text{ (признаваемые государством и стандартами учета)}$$

Три типа денежного потока (cash flow): Аннуитет (Annuity), Бессрочная рента (Perpetuity) and Меняющийся поток (Variable)



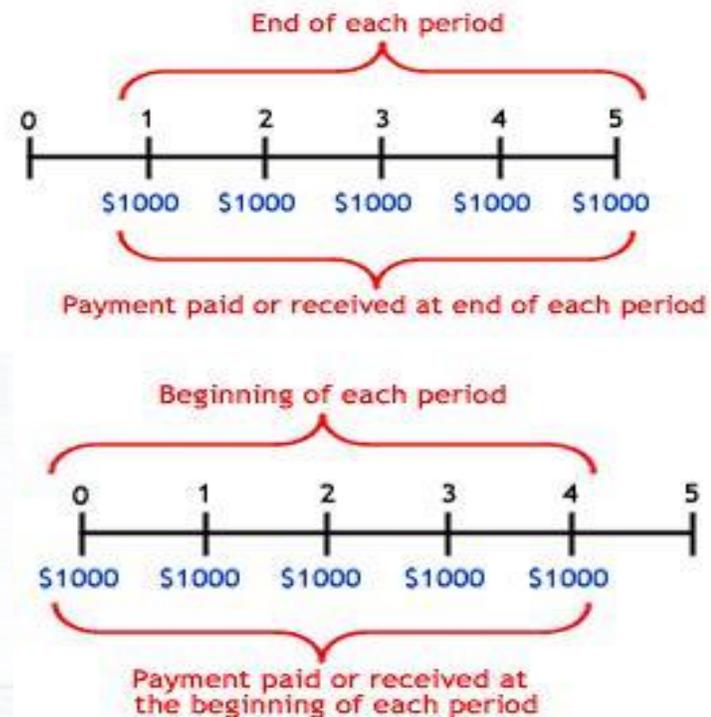
Аннуитет

Аннуитет - это регулярно повторяющийся платеж с фиксированной общей суммой для установленного количества периодов времени.

(Обычный) **Аннуитет Постнумерандо** (**Ordinary**

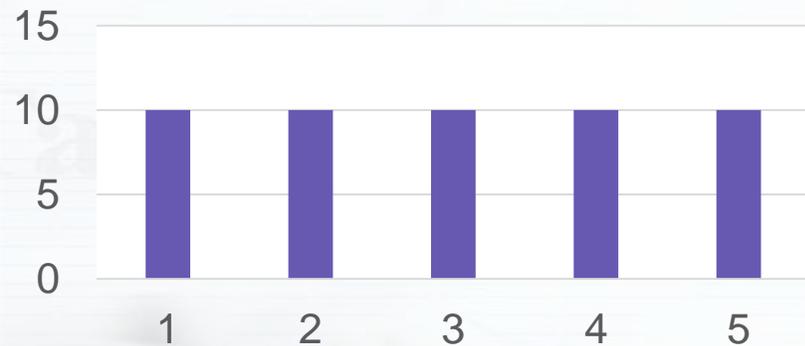
Annuity): Платежи поступают в конце каждого периода. Например, обычная облигация предоставляет право на получение фиксированного купонного платежа в конце регулярно повторяющихся периодов времени до даты полного погашения облигации.

Аннуитет Пренумерандо (**Annuity Due**): Платежи поступают в начале периода. Пример – арендные платежи. Аренда недвижимости оплачивается до фактического начала использования имущества и затем – в начале каждого периода.

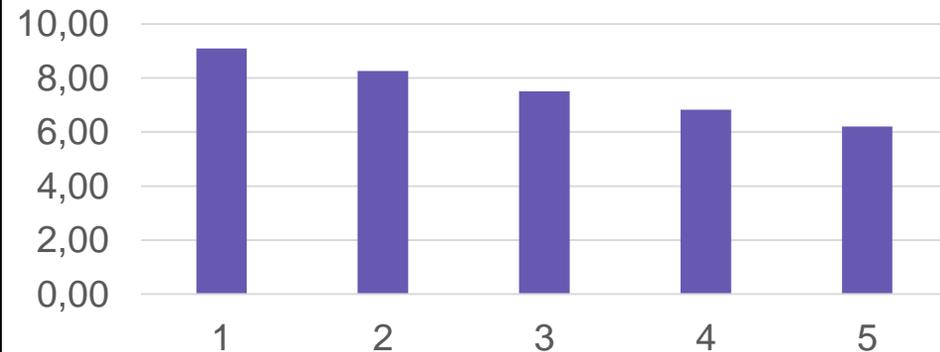


Аннуитет: Постоянный и растущий

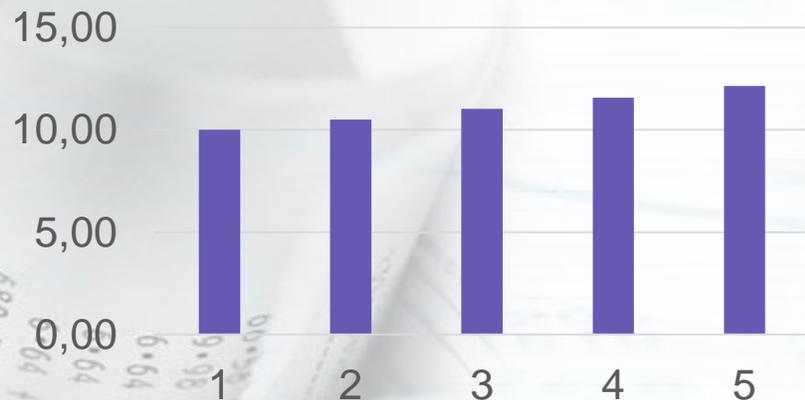
Обычный аннуитет (выплаты)



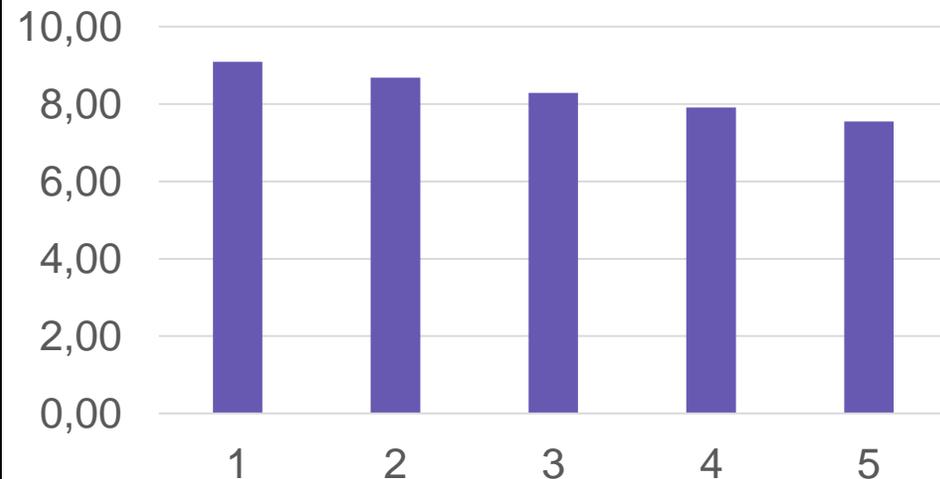
Обычный аннуитет NPV



Растущий аннуитет (выплаты)



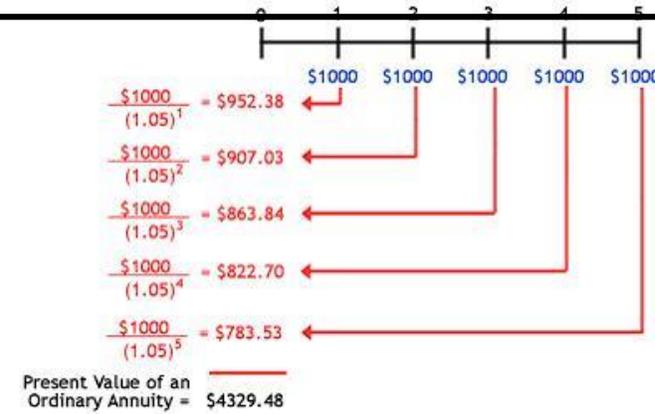
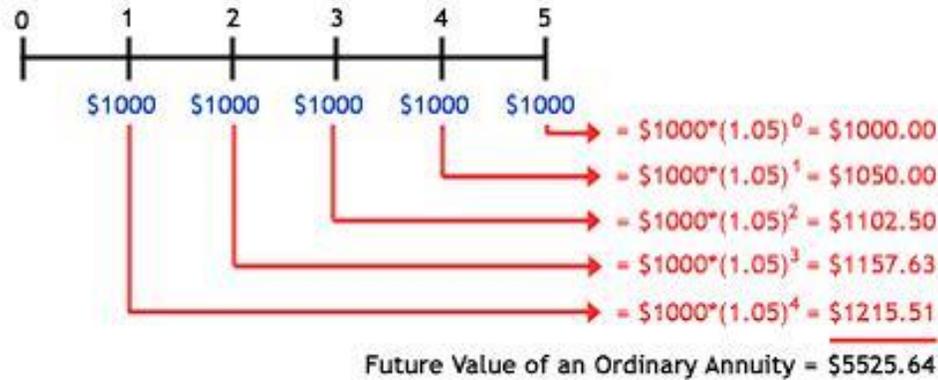
Растущий аннуитет NPV



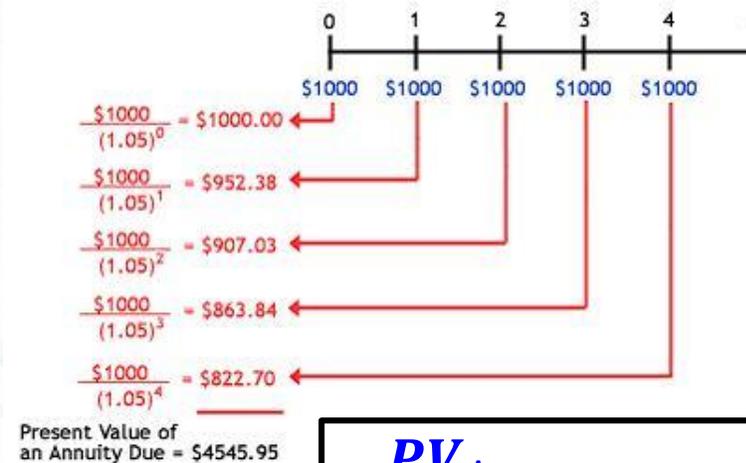
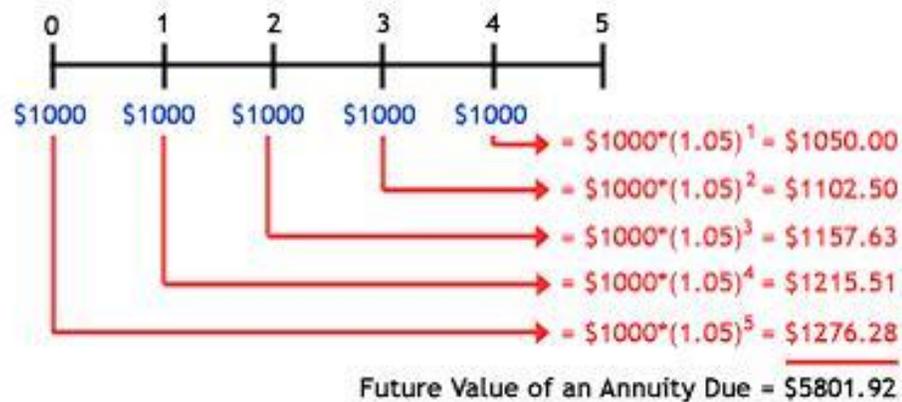
Аннуитет

$$FV_{\text{Аннуитет постнумерандо}} = CF \times \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$$

$$PV_{\text{Аннуитет постнумерандо}} = CF \times \left[\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \right]$$



CF = Cash flow за период
r = процентная ставка
n = число периодов



With great courtesy to
Investopedia.com for the
graphs

$$FV_{\text{Аннуитет пренумерандо}} = CF \times \left(\left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] \times (1+r) \right)$$

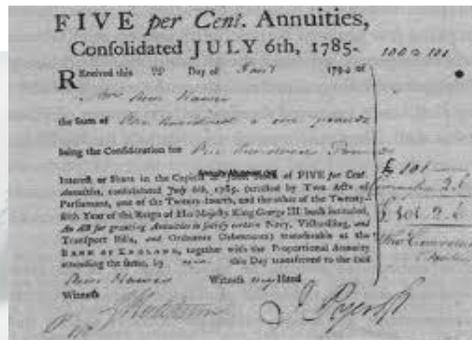
$$PV_{\text{Аннуитет пренумерандо}} = CF \times \left(\left[\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \right] \times (1+r) \right)$$

Бессрочная рента

Бессрочная рента (perpetuity) – это регулярно повторяющиеся платежи с фиксированной суммой на неопределенный срок

Примеры бессрочной ренты:

- **US Treasury bonds** [T-bonds] **Казначейские облигации США**, выпущенные на 10-30 лет имеют 360 периодических выплат – Как физически вычислить NPV? **Это – почти бессрочная рента.**
- Существует ли что-то **реально бессрочное** в реальной экономике? – Сверхэкзотическая ценная бумага: **British Consolidated Annuities, Британские государственные облигации на предъявителя** (официально – **бессрочная** ценная бумага, выпускавшаяся правительством Великобритании в 1752-1927 гг., именуемая “**Consols**”. В последний раз уровень процентных выплат по облигации был установлен правительством в 1927 в размере 2,5-4% р.а. для разных категорий).



Бессрочная рента

Бессрочная рента без роста

Сколько необходимо инвестировать сегодня, чтобы получать ежегодно по 10\$, если процентная ставка 10% годовых?

Ставка дисконтирования	10%				
Период	Cash Flow	Дисконт-фактор	PV	Накопленная PV	
1	10	0,9091	9,09	9,09	
2	10	0,8264	8,26	17,36	
3	10	0,7513	7,51	24,87	
4	10	0,6830	6,83	31,70	
5	10	0,6209	6,21	37,91	
...					
50	10	0,0085	0,09	99,15	
...					
100	10	0,0001	0,00	99,99	
...					
ИТОГО PV (Сумма прогрессии)				100	

Формула для вычисления Текущей стоимости (PV) для неопределенного бессрочного потока ежегодных платежей с заданной процентной ставкой (r):

$$PV_0 = \frac{CF}{r}$$

Бессрочная рента

Растущая Бессрочная рента

Сколько необходимо инвестировать сегодня, чтобы получать ежегодно по 10\$ **плюс 5% рост** выплаты, если процентная ставка 10% годовых?

Ставка дисконтирования	10%	Темп роста		5%	Начальная выплата	\$10
Период	Cash Flow	Дисконт-фактор	PV	Накопленная PV		
1	10,00	0,9091	9,09	9,09		
2	10,50	0,8264	8,68	17,77		
3	11,03	0,7513	8,28	26,05		
4	11,58	0,6830	7,91	33,96		
5	12,16	0,6209	7,55	41,51		
...						
27	35,56	0,0763	2,71	143,04		
28	37,33	0,0693	2,59	145,63		
29	39,20	0,0630	2,47	148,10		
30	41,16	0,0573	2,36	150,46		
...						
ИТОГО PV (Сумма прогрессии)				200		

Формула для вычисления (**PV**) для бессрочного потока растущих ежегодных платежей с заданной процентной ставкой (**r**) и темпом роста (**g**):

$$PV_0 = \frac{CF}{r - g}$$

Бессрочная рента

British Consolidated Annuities

Какова Текущая стоимость облигаций Consol на номинальную сумму 10'000 GBP с процентной ставкой 4% р.а.? Ставка дисконтирования 10%.

Ставка дисконтирования	10%	Ставка	4%		Номинальная сумма	£10 000
Период	Cash Flow	Дисконт-фактор	PV	Накопленная PV		
1	£400	0,9091	£363,64	£363,64		
2	£400	0,8264	£330,58	£694,21		
3	£400	0,7513	£300,53	£994,74		
4	£400	0,6830	£273,21	£1 267,95		
5	£400	0,6209	£248,37	£1 516,31		
...						
ИТОГО PV (Сумма прогрессии)				£4 000		

Универсальная формула для вычисления (**PV**) для бессрочного потока равномерных ежегодных платежей (если рост платежей не предусмотрен, $g = 0$):

$$PV_0 = \frac{CF}{r - g} \times \left[1 - \frac{(1 + g)^n}{(1 + r)^n} \right]$$

Номинальная, Реальная и Эффективная процентная ставка

Номинальная процентная ставка – арифметическая «цена» кредита/депозита, по которой происходит начисление суммы процентов. Номинальная процентная ставка выражается в процентах годовых, квартальных, месячных. Она описывает процесс, когда проценты начисляются **однократно в конце** заданного **срока**. Обычно процентная ставка определяется в процентах годовых. Если нужно, посчитать, какую номинальную ставку нужно применить к сроку, меньшему, чем год, номинальная годовая ставка делится на соответствующее количество периодов (для 1 месяца – на 12; для 2 месяцев – на 6 и т.п.).

То есть, номинальная годовая ставка делится на коэффициент, показывающий, сколько раз сокращенный период ее применения уместится внутри 1 года.

В формуле (справа): Номинальная процентная ставка = **r**.

Формула для вычисления Будущей стоимости (Future Value) (**FV**) с заданной Текущей стоимостью (Present Value) (**PV**), количеством периодов (**t**) и процентной ставкой (**r**):

$$FV = PV \times (1 + r)^t$$

Номинальная, Реальная и Эффективная процентная ставка

Эффективная процентная ставка (**Effective interest rate**) – экономическая «цена» кредита/депозита, отражающая линейный коэффициент отношения Будущей стоимости (**FV**) к Текущей стоимости (**PV**). Эффективная процентная ставка – это вычисленный эквивалент Номинальной процентной ставки при капитализации получаемых процентов при многократной регулярной выплате процентов в течение срока кредита/депозита. Она описывает процесс, как будто многократно выплачиваемые проценты начисляются **однократно в конце** заданного **срока**.

Капитализация процентов – реинвестирование регулярно получаемых процентов под ту же номинальную ставку.

В формуле (справа) – Эффективная процентная ставка = $(1 + r)^t$.

Формула для вычисления Будущей стоимости (Future Value) (**FV**) с заданной Текущей стоимостью (Present Value) (**PV**), количеством периодов (**t**) и процентной ставкой (**r**):

$$FV = PV \times (1 + r)^t$$

Номинальная, Реальная и Эффективная процентная ставка

Частный случай подсчета **Эффективной** годовой процентной ставки (**Effective interest rate**) для кредита/депозита с ежедневным/ежемесячным/ежеквартальным (равномерными периодами) начислением и капитализацией процентов считается по формуле Excel «**=ЭФФЕКТ**».

Формула для вычисления Эффективной процентной ставки R_{eff} с заданной Номинальной процентной ставкой R_{Nom} и регулярными выплатами начисленных процентов (в течение n периодов, начиная с периода №1):

$$R_{eff} = \left(1 + \frac{R_{Nom}}{n}\right)^n - 1$$

Номинальная, Реальная и Эффективная процентная ставка

Эффективная процентная ставка (**Effective interest rate**) – в экономическом смысле отражает, какая Текущая стоимость (**PV**) соответствует будущим денежным потокам (**FV**). Номинальная процентная ставка служит формальной основой начисления процентов и формирует будущий денежный поток. Поскольку предполагается, что будущий денежный поток формируется на рыночных условиях, сумма первоначальной инвестиции/кредита/депозита представляет собой **Чистую, приведенную** к сегодняшнему дню, **СТОИМОСТЬ** этих будущих потоков, дисконтированную на эффективную процентную ставку.

Формула для вычисления Текущей стоимости (**PV**) при заданных Будущих потоках (**FV**), количестве периодов (**t**) и процентной ставке (R_{Eff}):

$$PV = \frac{FV_0}{(1 + R_{Eff})^0} + \frac{FV_1}{(1 + R_{Eff})^1} + \frac{FV_2}{(1 + R_{Eff})^2} + \frac{FV_3}{(1 + R_{Eff})^3} + \dots$$

Номинальная, Реальная и Эффективная процентная ставка

Формула для вычисления Внутренней нормы доходности (**IRR**) при заданных будущих денежных потоках в каждый период времени t (среди n периодов), начиная с периода 0 (CF_t), инвестициях для начального периода (I_t) и ставки дисконтирования (r):

$$\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1 + IRR)^t} = \sum_{t=0}^n \frac{I_t}{(1 + IRR)^t}$$

Формула справа вычисляет **Эффективную** процентную ставку для любых неравномерных периодов и неравномерных денежных потоков. Функция Excel «**=ЧИСТВНДОХ**» помогает очень легко вычислить данную ставку при вводе **сумм** и **дат** денежных потоков.

Эффективная процентная ставка (**Effective interest rate**) для РЕГУЛЯРНОГО равномерного во времени денежного потока считается по формуле слева. Функция Excel «**=ВСД**» помогает очень легко вычислить данную ставку при вводе **сумм** регулярных денежных потоков.

Формула для вычисления эффективной ставки **XIRR** с заданными будущими денежными потоками CF_t для каждой даты уплаты d_t (среди n периодов, начиная с даты d_0):

$$XIRR: 0 = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1 + XIRR)^{\frac{d_t - d_1}{365}}}$$

Номинальная, Реальная и Эффективная процентная ставка

Реальная процентная ставка (**Real interest rate**) –отражает чистую, **без учета инфляции** процентную ставку по кредиту/депозиту. Точная формула, носящая имя **Ирвинга Фишера**, приведена внизу. При абсолютно небольших значениях инфляции и номинальных процентных ставок упрощенно можно принять, что Реальная процентная ставка = Номинальная процентная ставка – Уровень инфляции.

Формула для вычисления Реальной процентной ставки (очищенной от инфляции) (**R**) при заданной Номинальной процентной ставке (**N**) по кредиту/депозиту и уровне Инфляции (**I**):

$$(1 + R) = \frac{(1 + N)}{(1 + i)}$$